МГТУ им. Н.Э. Баумана

Изучение дифференциальной игры погони космических аппаратов

Ван Янсинь

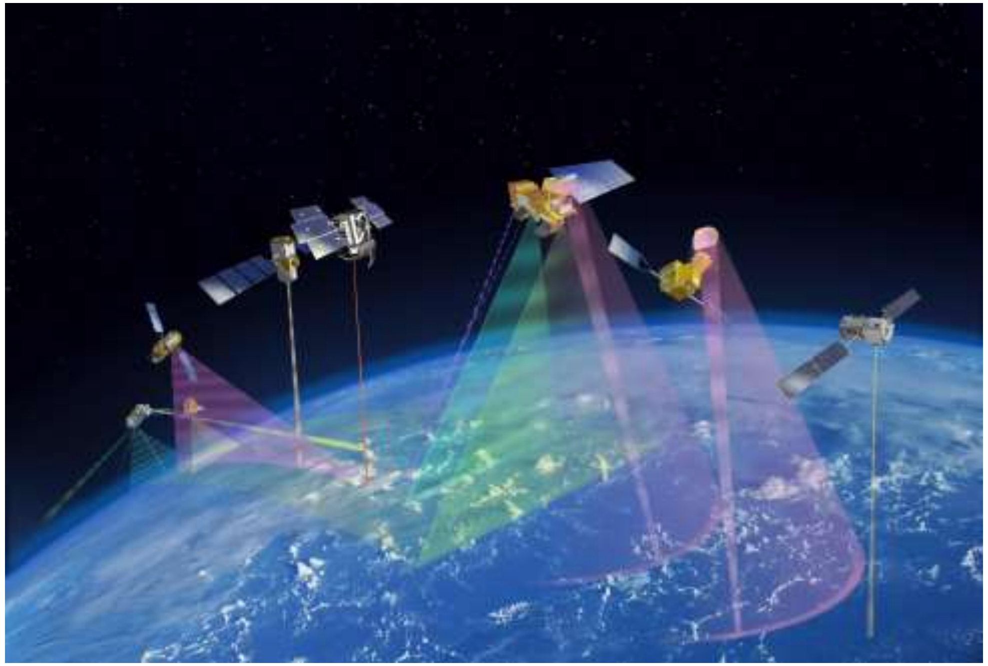
Научный руководитель: к.т.н., доцент, Корянов Всеволод Владимирович

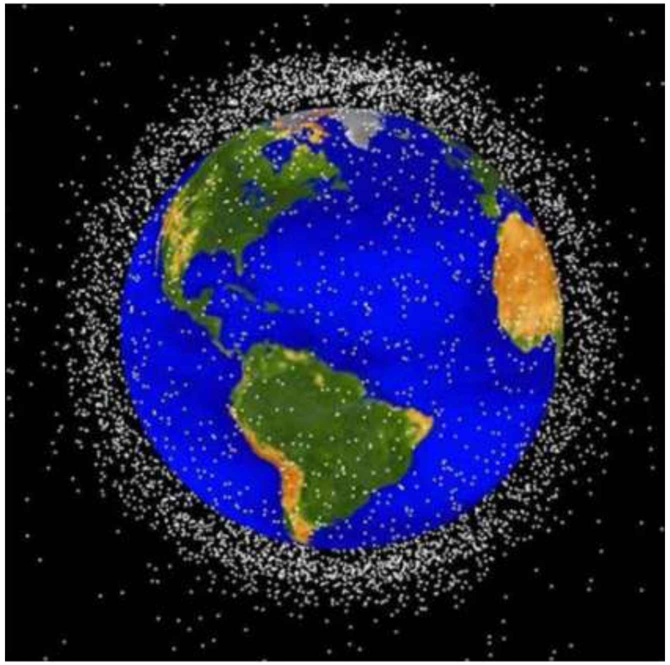
Кафедра: СМ-3

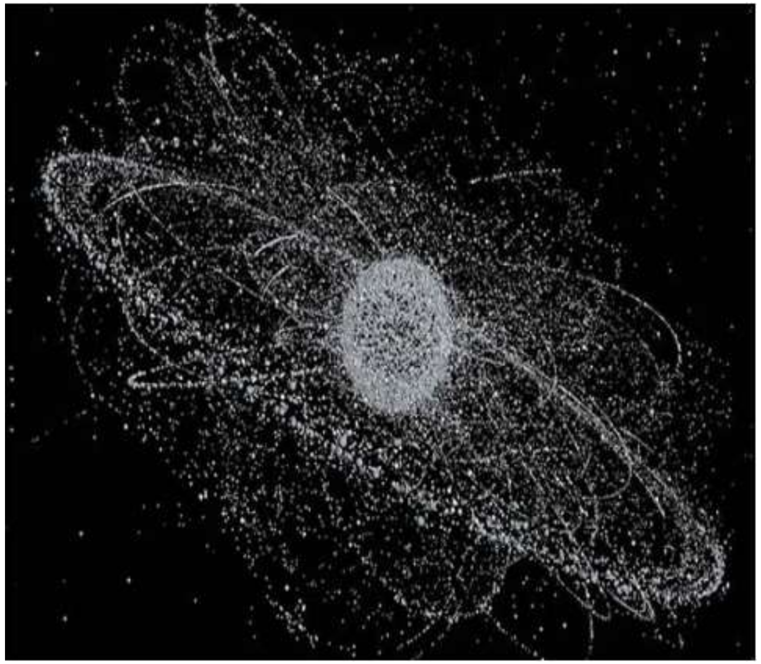
«Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов»

Актуальность темы

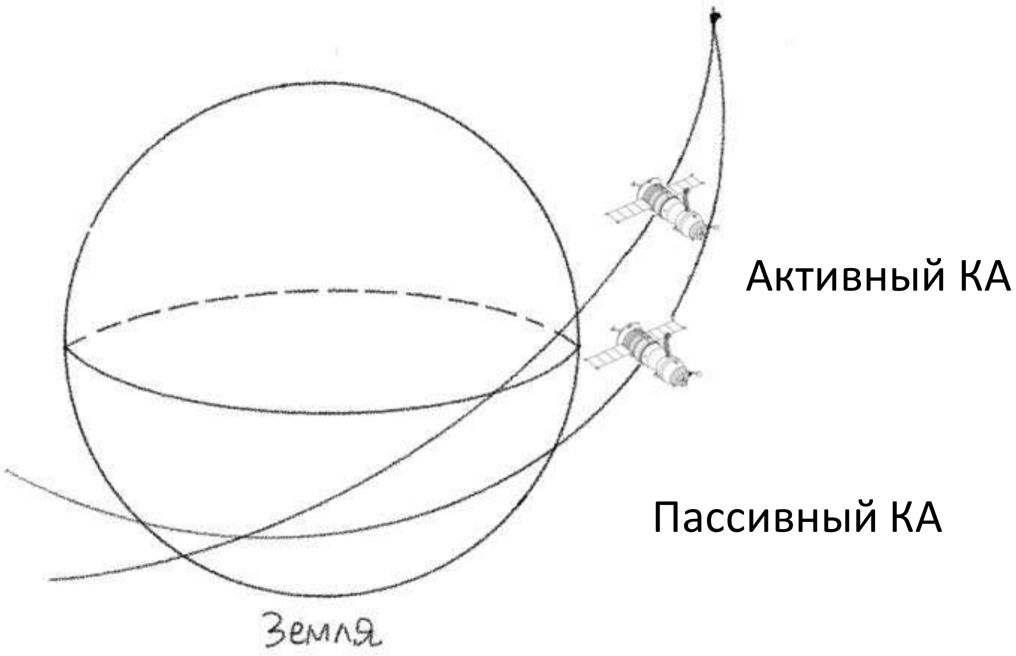
Земля и космические аппараты







Цель работы



Игра погони космических аппаратов (КА)

Цель работы:

Получить оптимальное решение управления двумя космическими аппаратами в дифференциальной игре погони в разных ситуациях.

Задачи

А

- Смоделировать дифференциальную игру погони космических аппаратов

Б

- Провести анализ и получить общее решение

В

- Привести примеры разных ситуаций в программе MATLAB и проверить полученное решение

Методы исследования

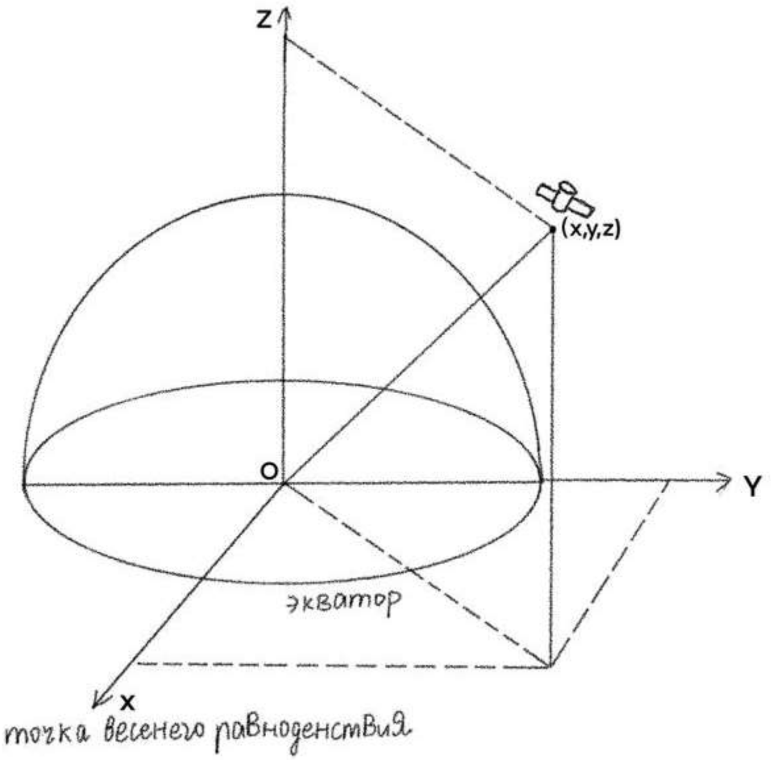
Теория оптимального управления непрерывными системами

Для теоретического анализа

Классический метод пристрелки

Для вычисления в программе **MATLAB**

О работе. Моделирование движения



Абсолютная геоцентрическая экваториальная система координат

$$\dot{\vec{r}}_i = \vec{v}_i, \dot{\vec{v}}_i = -\frac{\mu}{r_i^3}\vec{r}_i + \frac{\vec{T}_i}{m_i}, \dot{m} = -\frac{T_i}{c_i}$$

Где:

i = P – параметры активного КА

i = E – параметры пассивного КА

μ – гравитационная постоянная Земли.

T_i – тяга управления.

c_i – удельный импульс двигателя космического аппарата.

О работе. Моделирование движения

Начальным условием

$$\vec{r}_i(t_0) = \overrightarrow{r_{i0}}$$

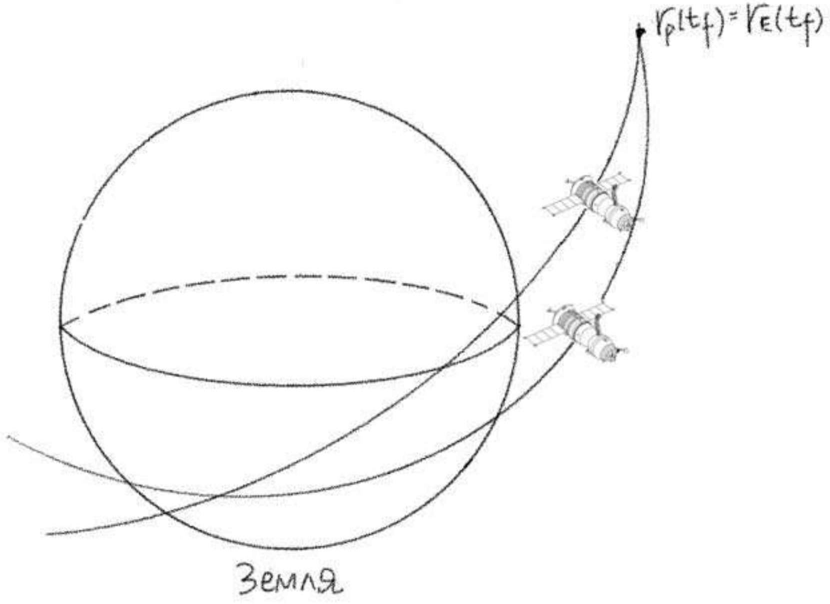
$$\vec{v}_i(t_0) = \overrightarrow{v_{i0}}$$

$$m_i(t_0) = m_{i0}$$

Конец игры

$$\overrightarrow{r_P}(t_f) = \overrightarrow{r_E}(t_f)$$

Где t_f – конечное время.



Целевая функция:

$$\varphi = -t_f$$

О работе. Оптимальное управление

Гамильтонова функция H:

$$H_i(\vec{x},\vec{\lambda},\vec{u},t) = \lambda_i(t)^T f_i(\vec{x},\vec{u},t) \Rightarrow \boxed{H_i = \vec{\lambda}_{ri}^T \vec{v}_i + \vec{\lambda}_{vi}^T\left(-\frac{\mu}{r_i^3}\vec{r}_i + \frac{\vec{T}_i}{m_i}\right) - \lambda_{mi}\frac{T_i}{c_i}}$$

λ_i – сопряженная переменная(множитель Лагранжа)
$\vec{u}$ - вектор управления.
$\vec{f_i}$ - дифференциальные уравнения движения

Гамильтонова функция целой системы: $H = H_E + H_P$

О работе. Оптимальное управление

Согласно ПМП:

$$H^* = \min_E \max_P H = \max_P \min_E H = \min_E H_E + \max_P H_P$$

$$H_i = \vec{\lambda}_{ri}^T \vec{v}_i + \vec{\lambda}_{vi}^T \left(-\frac{\mu}{r_i^3} \vec{r}_i + \frac{\vec{T}_i}{m_i} \right) - \lambda_{mi} \frac{T_i}{c_i}$$

$$\vec{T}_P^{\,*} = \frac{T_P \vec{\lambda}_{vP}}{\left\| \lambda_{vP} \right\|}, \vec{T}_E^{\,*} = -\frac{T_E \vec{\lambda}_{vE}}{\left\| \lambda_{vE} \right\|}$$

выражение оптимальной тяги

$$H_i = \vec{\lambda}_{ri}^T \vec{v}_i + \overrightarrow{\lambda_{vi}^T} \left(-\frac{\mu}{r_i^3} \vec{r}_i \right) + T_i \left(k \frac{|\lambda_{vi}|}{m_i} - \frac{\lambda_{mi}}{c_i} \right)$$

О работе. Оптимальное управление

Оптимальная тяга управления:

$$\vec{T}_P = \frac{T_P \vec{\lambda}_{vP}}{\left\| \lambda_{vP} \right\|}, \vec{T}_E = -\frac{T_E \vec{\lambda}_{vE}}{\left\| \lambda_{vE} \right\|}$$

Дифференциальные уравнения сопряженных переменных:

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{\partial \vec{H}}{\partial \vec{x}} \rightarrow \begin{cases} \dot{\lambda}_r = \frac{\mu}{r^3} \vec{\lambda}_v - \frac{3\mu \vec{\lambda}_v^T}{r^5} \vec{r} \\ \dot{\lambda}_v = -\vec{\lambda}_r \\ \dot{\lambda}_m = \left\| \vec{\lambda}_v \right\| \frac{T_i}{m^2} \end{cases}$$

Граничные условия в конце интеграла (at.[3])

$$\overrightarrow{r_P}\left(t_f\right) = \overrightarrow{r_E}\left(t_f\right)$$

$$\vec{\lambda}_{rP}(t_f) + \vec{\lambda}_{rE}(t_f) = 0$$

$$\lambda_{mi}(t_f) = 0$$

$$\vec{\lambda}_{vi}(t_f) = 0$$

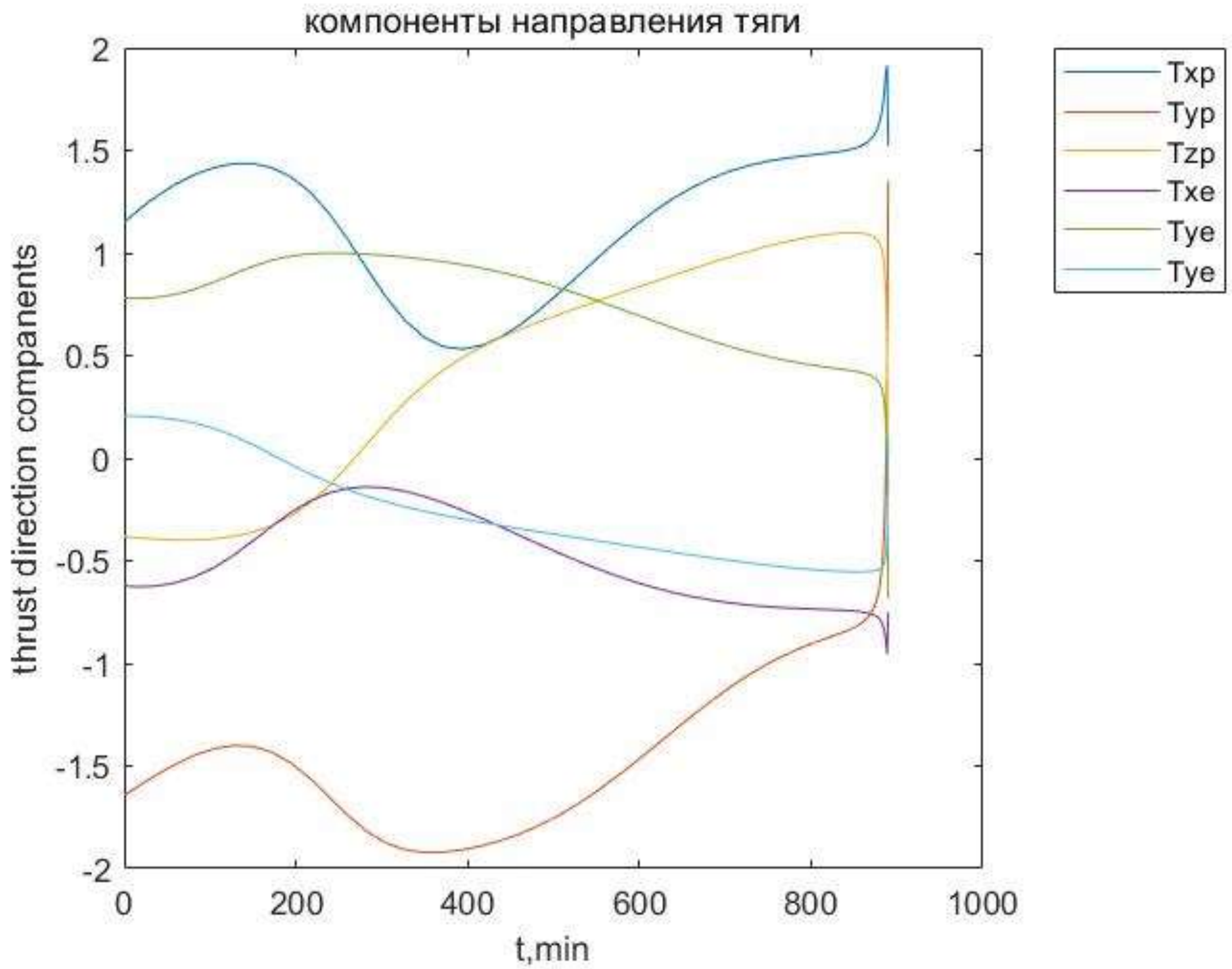
$$H_f = \vec{\lambda}_{rP_f}^T (\vec{v}_{P_f} - \vec{v}_{E_f}) = 1$$

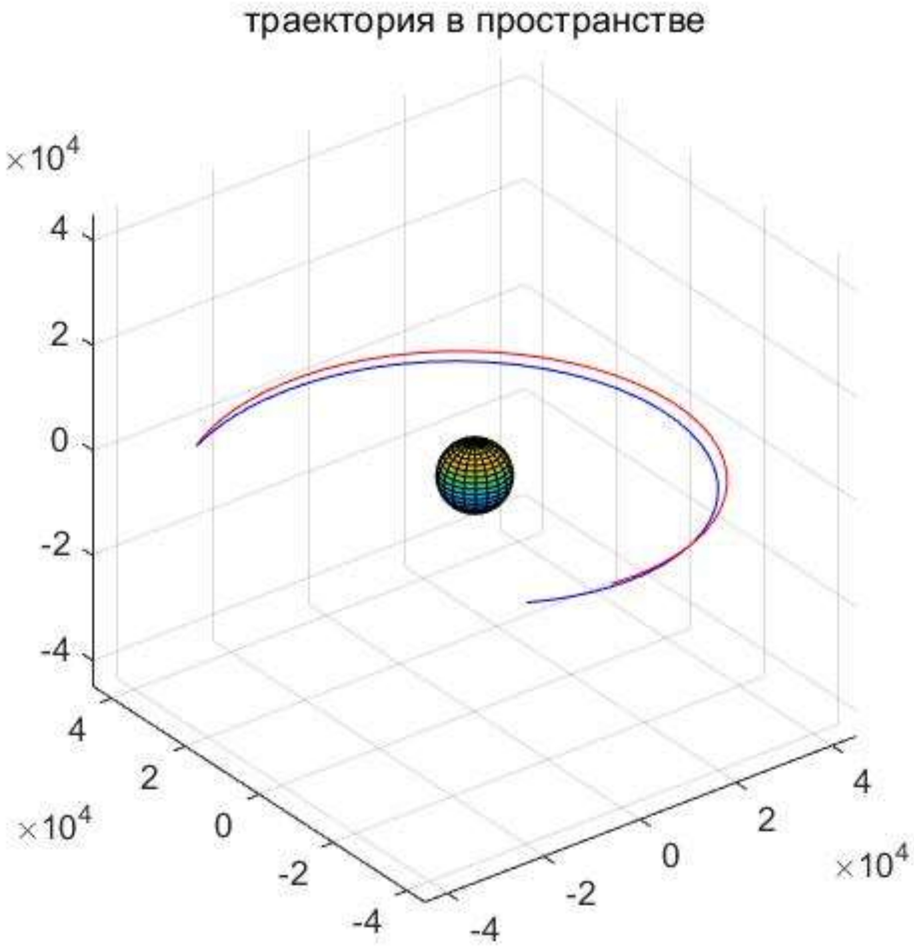
О работе

Начальные значения орбитальных элементов и параметры спутников

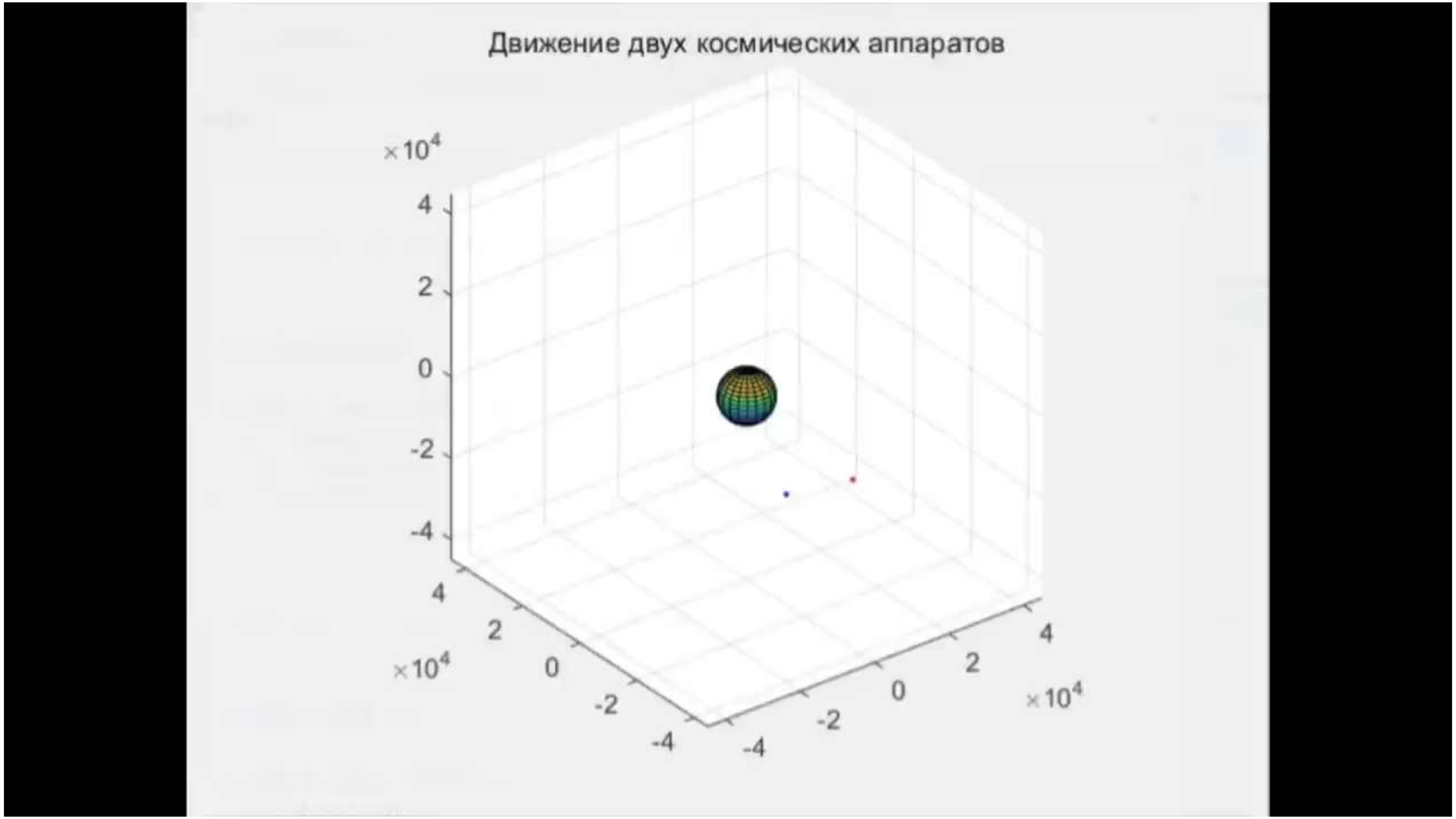
(GEO)	P	E
a_0	$42166km$	$42166km$
e_0	0.00013	0.00016
i_0	$1.565°$	$0.828°$
Ω_0	$47°$	$79°$
θ_0	$350°$	$309°$
m_0	$2000kg$	
c	$350s$	
T_{max}	20N	10N

О работе. Результаты





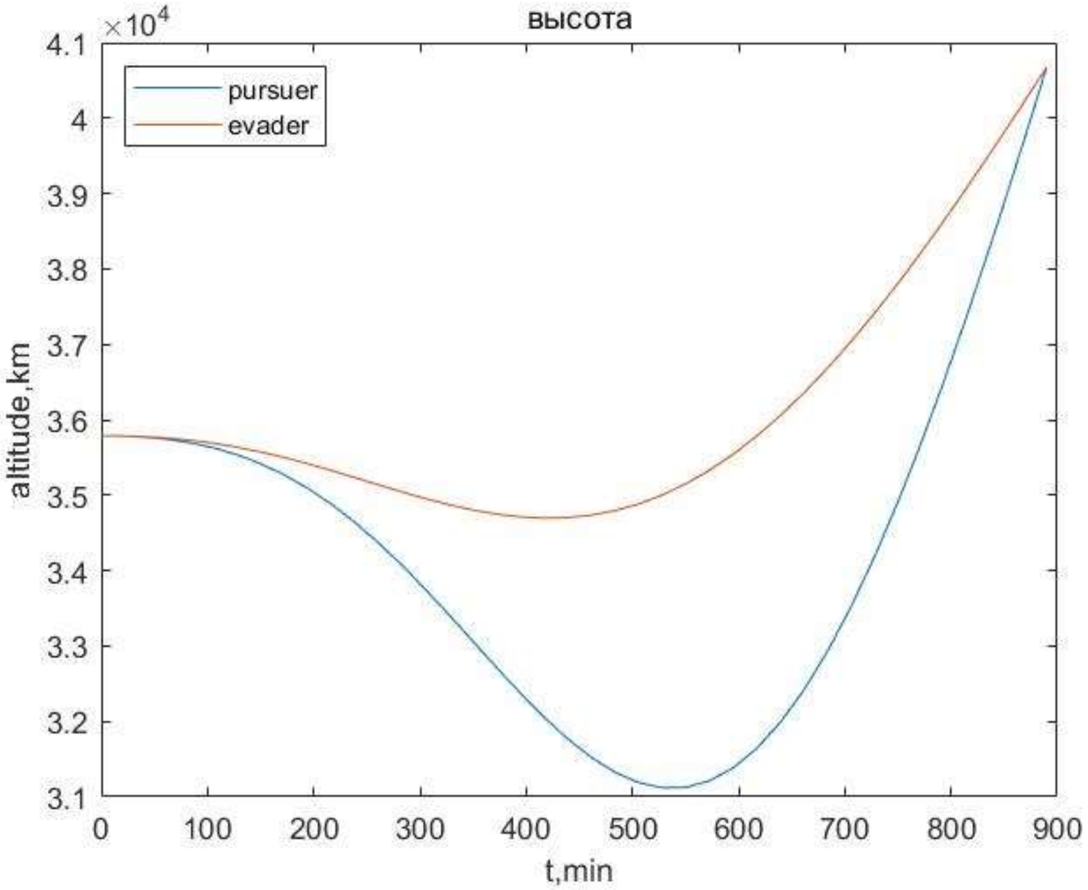
О работе. Результаты

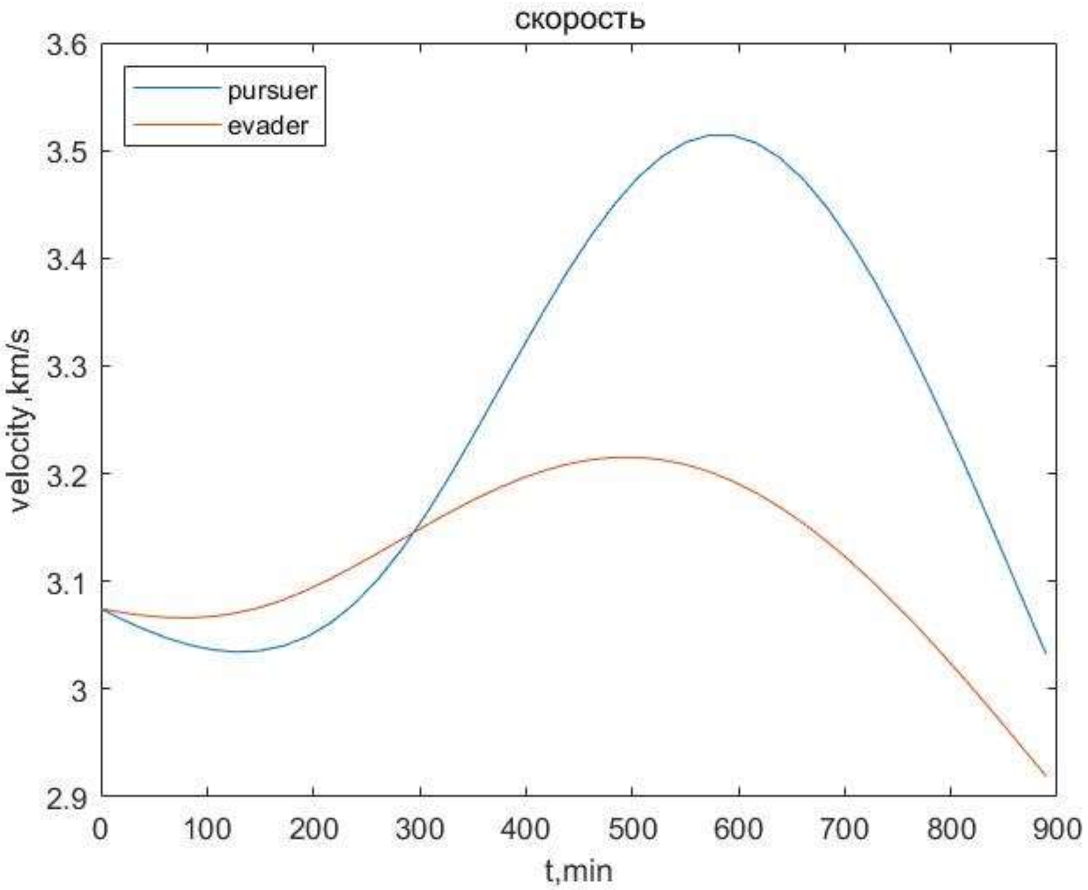


- • - активный КА

- • - пассивный КА

О работе. Вывод





Применение результатов работы

С помощью данного метода в будущей возможной противостоянии в пространстве полёты космических аппаратов смогут быть более безопасны.

Список литературы

1. Bryson A. E., Ho Y.-C. Applied optimal control: optimization, estimation, and control. New York-London-Sydney-Toronto: John Wiley & Sons, 1975. 481 c.

2. Basar T., Olsder G. J. Dynamic Noncooperative Game Theory. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1999. 519 c.

3. Shen H.-X., Casalino L. Revisit of the Three-Dimensional Orbital Pursuit-Evasion Game // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. – 2018. - 41(8). - P. 1823–1831.

4. Casalino L., Colasurdo G., Pastrone D. Optimal Low-Thrust Escape Trajectories Using Gravity Assist // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. – 1999. - Vol. 22. - No. 5. P. 637–642.

Спасибо за внимание!